

## Einschlägige Begriffe zur Meßunsicherheit

Dr. Wolfgang Kessel, Braunschweig

Die Aufstellung folgt nicht der rein lexikografisch-alphabetischen Anordnung. Verwandte Begriffe sind vielmehr zu Gruppen zusammengefaßt. Die Gruppen finden sich dann in lexikografisch-alphabetischer Ordnung. Die Autoren hoffen, daß dadurch ein leichter Einblick in die Zusammenhänge erreicht wird.

Den einzelnen Begriffen ist eine symbolische Notation 'G#' (Buchstaben 'G' und lfd. Nummer) vorangestellt. Sie stellt keine Bewertung dar, sondern kann bei Bedarf für Verweise dienen.

Die Auswahl der Begriffe ist mit dem Glossar in [4] identisch.

### **G1**    **Arithmetischer Mittelwert**    ([3] Definition 2.26)

Summe der Werte geteilt durch die Anzahl der Werte

$$\text{arithmetischer\_Mittelwert} = \frac{\text{Summe\_der\_Werte}}{\text{Anzahl\_der\_Werte}}$$

$$\bar{q} = \frac{q_1 + q_2 + \dots + q_n}{n} = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n q_j$$

$q_1, q_2, \dots, q_n$  - beobachtete Werte  
 $n$  - Anzahl der beobachteten Werte

### **G2**    **Ermittlungsmethode A**    ([1] Definition 2.3.2)

Methode, bei der die Standardmeßunsicherheit aus der statistischen Analyse einer Beobachtungsreihe gewonnen wird.

### **G3**    **Ermittlungsmethode B**    ([1] Definition 2.3.3)

Methode, bei der Standardmeßunsicherheit nicht aus der statistischen Analyse einer Beobachtungsreihe ermittelt wird.

### **G4**    **Eingangsgröße**    ([1] Abschnitt 4.1.2)

Größe, von der die Meßgröße abhängt und die bei der Ermittlung des Meßergebnisses berücksichtigt wird.

**G5 Schätzwert einer Eingangsgröße** ([1] Abschnitt 4.1.4)

(bester Schätz-) Wert einer Eingangsgröße, der bei der Ermittlung des Meßergebnisses benutzt wird.

$$\text{Schätzwert}_{\text{ der } \text{Eingangsgröße}} = \text{Erwartungswert}[\text{Eingangsgröße}]$$

$$x_i = E[X_i]$$

**G6 Ergebnisgröße** ([1] Abschnitt 4.1.4)

Größe, die die Meßgröße bei der Auswertung einer Messung darstellt.

**G7 Schätzwert der Ergebnisgröße** ([1] Abschnitt 4.1.4)

Meßergebnis, das der Meßgröße bei einer Messung zugeschrieben und mit der Modellfunktion der Auswertung aus den Eingangsschätzwerten berechnet wird.

$$\text{Schätzwert}_{\text{ der } \text{Ergebnisgröße}} = \text{Erwartungswert}[\text{Ergebnisgröße}]$$

$$y = E[Y] = f(E[X_1], E[X_2], \dots, E[X_N]) = f(x_1, x_2, \dots, x_N)$$

$x_1, x_2, \dots, x_N$  - Schätzwerte der Eingangsgrößen

$N$  - Anzahl der Eingangsgrößen

**G8 Korrelation** ([3], Definition 1.13)

Beziehung zwischen zwei oder mehreren Zufallsvariablen in einer Verteilung von zwei oder mehreren Zufallsvariablen.

**G9 Korrelationskoeffizient** ([1] Abschnitt C.3.6)

relatives Maß der gegenseitigen Abhängigkeit zweier Zufallsvariablen, ist gleich dem Verhältnis der Kovarianz der beiden Zufallsvariablen zum Produkt der positiven Quadratwurzeln ihrer Varianzen.

$$\text{Korrelationskoeffizient} = \frac{\text{Kovarianz}[\text{Zufallsvariable\#1}, \text{Zufallsvariable\#2}]}{\sqrt{\text{Varianz}[\text{Zufallsvariable\#1}] \cdot \sqrt{\text{Varianz}[\text{Zufallsvariable\#2}]}}$$

$$r(x_i, x_k) = \frac{\text{Cov}[X_i, X_k]}{\sqrt{\text{Var}[X_i]} \cdot \sqrt{\text{Var}[X_k]}}$$

**G10 Kovarianz** ([1] Abschnitt C.3.4)

Maß der gegenseitigen Abhängigkeit zweier Zufallsvariablen, ist gleich dem Erwartungswert des Produktes der Abweichung der beiden Zufallsvariablen von ihren Erwartungswerten.

$$\begin{aligned} & \text{Kovarianz}[\text{Zufallsvariable\#1}, \text{Zufallsvariable\#2}] \\ & = \text{Erwartungswert}[\text{Abweichung}(\text{Zufallsvariable\#1}) \cdot \text{Abweichung}(\text{Zufallsvariable\#2})] \end{aligned}$$

$$\text{Cov}[X_i, X_k] = E[(X_i - E[X_i])(X_k - E[X_k])]$$

**G11 Meßgröße** ([2] Definition 2.6)

spezielle Größe, der die Messung gilt.

**G12 Meßunsicherheit** ([2] Definition 3.9)

Kennwert, der mit dem Meßergebnis angegeben wird, d.h. dem Meßergebnis durch die Messung beigeordnet wird, und den Bereich der Werte charakterisiert, die der Meßgröße durch die Messung vernünftigerweise zugeschrieben werden können.

**G13 Standardmeßunsicherheit** ([1] Definition 2.3.1)

dem Meßergebnis beigeordnete, d.h. mit dem (besten) Schätzwert anzugebende Meßunsicherheit, ausgedrückt als Standardabweichung.

$$\text{Standardmeßunsicherheit}(\text{Meßergebnis}) = \sqrt{\text{Varianz}[\text{Meßgröße}]}$$

$$u(y) = \sqrt{\text{Var}[Y]}$$

**G14 Relative Standardmeßunsicherheit** ([1] Abschnitt 5.1.6)

Standardmeßunsicherheit einer Meßgröße dividiert durch den Betrag des (besten) Schätzwertes der Meßgröße.

$$\text{relative\_Standardmeßunsicherheit} = \frac{\text{Standardmeßunsicherheit}}{|\text{Meßwert}|}$$

$$w(y) = \frac{u(y)}{|y|}$$

**G15    Erweiterte Meßunsicherheit** ([1] Definition 2.3.5)

Größe, die einen Bereich um den (besten) Meßwert kennzeichnet, der erwartungsgemäß einen großen Anteil der Werte umfaßt, die der Meßgröße durch eine Messung vernünftigerweise als Ergebnis der Messung zugeschrieben werden können.

**G16    Erweiterungsfaktor** ([1] Definition 2.3.6)

Zahlenfaktor, mit dem die Standardmeßunsicherheit zu multiplizieren ist, um die erweiterte Meßunsicherheit zu erhalten.

$$\text{Erweiterte Meßunsicherheit} = \text{Erweiterungsfaktor} \cdot \text{Standardmeßunsicherheit}$$

$$U = k \cdot u(y)$$

**G17    kleinste angebbare Meßunsicherheit** ([4] Abschnitt 1)

kleinste Meßunsicherheit, die ein Laboratorium für eine spezifische Größe unter idealen Meßbedingungen im Rahmen seiner Akkreditierung erreichen kann.

**G18    Sensitivitätskoeffizient zu einem Eingangsschätzwert** ([1] Abschnitt 5.1.3)

differentielle Änderung des Meßergebnisses bei einer differentiellen Änderung eines Eingangsschätzwertes dividiert durch die vorgenommene Änderung des Eingangsschätzwertes.

$$\text{Sensitivitätskoeffizient} = \frac{\text{differentielle Änderung des Meßergebnisses}}{\text{differentielle Änderung der Eingangsschätzwertes}}$$

$$c_i = \frac{\partial f}{\partial x_i}$$

**G19    Standardabweichung** ([3] Definition 1.23)

positive Quadratwurzel der Varianz einer Zufallsvariablen.

$$\text{Standardabweichung} = \sqrt{\text{Varianz}}$$

**G20 empirische Standardabweichung** ([2] Definition 3.8)

positive Quadratwurzel der empirischen Varianz.

$$\text{empirische\_Standardabweichung} = \sqrt{\text{empirische\_Varianz}}$$

**G21 Varianz** ([3] Definition 1.22)

Erwartungswert des Quadrates der Abweichung einer Zufallsvariablen von ihrem Erwartungswert.

*Varianz[Zufallsvariable]*

$$= \text{Erwartungswert}[(\text{Abweichung\_der\_Zufallsvariablen\_vom\_Erwartungswert})^2]$$

$$\text{var}[X_i] = E[(X_i - E[X_i])^2]$$

**G22 empirische Varianz** ([1] Abschnitt 4.2.2)

Größe, die das Quadrat der Streuung der Werte in einer Reihe von  $n$  Beobachtungen einer bestimmten Meßgröße charakterisiert, gegeben durch Gleichung (3.2) im [4].

*empirische\\_Varianz*

$$= \frac{\text{Summe\_der\_Quadrate\_der\_Abweichungen\_vom\_arithmetischen\_Mittelwert}}{\text{Anzahl\_der\_Werte} - 1}$$

$$s^2(q) = \frac{1}{n-1} \sum_{j=1}^n (q_j - \bar{q})^2$$

$q_1, q_2, \dots, q_n$  - beobachtete Werte

$n$  - Anzahl der beobachteten Werte

**G23 zusammengefaßter Schätzwert der Varianz** ([1] Abschnitt 4.2.4)

empirische Varianz, die aus mehreren Reihe von Beobachtungen der gleichen Meßgröße in einem wohl-definierten Meßverfahren unter statistischer Kontrolle ermittelt wird. Die zur Bestimmung der Varianz herangezogenen Beobachtungen müssen eindeutig die gleiche Meßgröße festlegen, die Bedingungen müssen identische sein (Wiederholbedingungen) und die in den einzelnen Messungen ermittelte Streuung der beobachteten Werte muß statistischen Ursachen zuzuschreiben sein.

$$s_p^2 = \frac{\sum_{l=1}^K (n_l - 1) s_l^2(q)}{\left( \sum_{l=1}^K n_l \right) - 1}$$

$s_1(q), s_2(q), \dots, s_K(q)$  - empirische Standardabweichungen der einzelnen Meßreihen,  
 $n_1, n_2, \dots, n_K$  - Anzahl der Beobachtungen in den einzelnen Meßreihen,  
 $K$  - Anzahl der Meßreihen.

**G24 Überdeckungswahrscheinlichkeit** ([1] Abschnitt 2.3.5)

ein i.a. großer Anteil der Verteilung der Werte, die neben dem angegebenen (besten) Schätzwert auf Grund einer Messung der jeweiligen Meßgröße vernünftigerweise auch als mögliches Meßergebnis zugeschrieben werden könnten.

**G25 Wahrscheinlichkeitsverteilung** ([3] Definition 1.3)

Funktion, die die Wahrscheinlichkeit angibt, daß eine Zufallsvariable einen bestimmten Wert oder einen Wert aus einem bestimmten Bereich annimmt.

**G26 Zufallsvariable** ([3] Definition 1.2)

Größe, die jeden Wert aus einem gegebenen Bereich annehmen kann und zu der eine Wahrscheinlichkeitsverteilung gehört.

## Literatur

- [1] ***International Vocabulary of Basic and General Terms in Metrology***, second edition, 1993, International Organisation for Standardisation (Geneva, Switzerland),  
 dtsh.: ***Internationales Wörterbuch der Metrologie***  
 2.Auflage 1994, DIN/Beuth-Verlag.
- [2] ***Guide to the Expression of Uncertainty in Measurement***, first edition, 1993, corrected and reprinted 1995, International Organisation for Standardisation (Geneva, Switzerland),  
 dtsh.: ***Leitfaden zur Angabe der Unsicherheit beim Messen***,  
 1.Auflage 1995, DIN/Beuth-Verlag.

- [3] **International Standard ISO 3534-1 Statistics - Vocabulary and Symbols Part I: Probability and General Statistical Terms**, first edition 1993, International Organisation for Standardisation (Geneva, Switzerland),  
dtsch.: keine äquivalente Einzelnorm verfügbar.  
Die Begriffe finden sich in verschiedenen DIN-Normen:  
**DIN 1303-1&2 Stochastik**,  
1982, DIN/Beuth-Verlag,  
**DIN 53804-1...4 Statistische Auswertungen**,  
1981...1986, DIN/Beuth-Verlag,  
**DIN 55350-11..18 & -21..24 & -31...34 Begriffe der Qualitätssicherung und Statistik**,  
1982...1995, DIN/Beuth-Verlag.
- [4] **EA-2/04 Expression of the Uncertainty of Measurement in Calibration**, requirements document, first edition 1996,  
European cooperation for Accreditation (of Laboratories)  
(Utrecht, The Netherlands)  
<http://www.european-accreditation.org>  
dtsch.: **DKD-3 Angabe der Meßunsicherheit beim Kalibrieren**,  
Ausgabe 1998, hrsg. PTB/Wirtschaftsverlag NW, Bremerhaven.